

**Jiří ŠVEC<sup>1</sup>, Pavel ŠVEC<sup>2</sup>**

## **PŘESTUP TEPLA**

### **HEAT TRANSFER**

#### **Abstrakt**

Přestup tepla hraje důležitou roli - bohužel často opomíjenou - při řešení úloh v oblasti šíření tepla. V předloženém článku je tento děj popsán a diskutován vliv koeficientu přestupu tepla (který není konstantní) na hodnotu tepelného toku.

**Klíčová slova:** šíření tepla, přestup tepla, koeficient přestupu tepla

#### **Abstract**

Heat transfer plays an important role - unfortunately, often neglected - in solving the problems of the area of heat propagation. In the article, this process is described and the way in which the coefficient of heat transfer (that is not constant) influences the density of heat flow is discussed.

**Key words:** heat propagation, heat transfer, coefficient of heat transfer

#### **Úvod**

Přestup tepla je děj, ke kterému dochází na rozhraní plynu nebo kapaliny a pevné látky, tedy na rozhraní, kde se mění způsob šíření tepla z proudění na vedení (resp. obráceně). Tepelný tok, který přestupuje z kapaliny nebo plynu do pevné látky je úměrný teplotnímu rozdílu. Koeficient úměrnosti, tj koeficient přestupu tepla však není konstantní pro danou látku, ale závisí v poměrně značném rozmezí na mnoha dalších veličinách. V dalších kapitolách je diskutován výpočet koeficientu přestupu tepla v různých situacích a následné ovlivnění tepelného toku, který přestupuje z kapaliny nebo plynu do pevné látky (resp. obráceně).

#### **Vedení tepla**

Vedení tepla v pevných látkách se obecně řídí Fourierovou rovnicí - hustota tepelného toku ( $q$ ) je úměrná spádu (zápornému gradientu) teploty

$$q = \lambda \text{ grad } t \quad (1)$$

Hustota tepelného toku ( $q$ ) je množství tepla, které projde plochou  $1 \text{ m}^2$  postavenou kolmo ke směru vedení tepla za jednu sekundu. Jednotkou je  $\text{W m}^{-2}$ . Konstanta úměrnosti  $\lambda$  je koeficient tepelné vodivosti, má jednotku  $\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Pro ustálené vedení tepla rovinou stěnou lze z rovnice (1) odvodit vztah

<sup>1</sup> VŠB - TU Ostrava, Fakulta bezpečnostního inženýrství, Katedra bezpečnostního managementu, Lumírova 13, 700 30 Ostrava - Výškovice, e-mail: jiri.svec@vsb.cz

<sup>2</sup> VŠB - TU Ostrava, Fakulta metalurgie a materiálového inženýrství, Katedra automatizace a počítačové techniky v metalurgii, 17. listopadu 15, 708 33 Ostrava - Poruba, pavel.svec@vsb.cz

$$Q = \lambda \frac{t_1 - t_2}{d} S \tau \quad (2)$$

kde

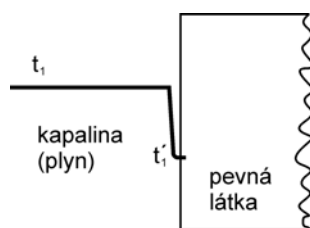
- $Q$  množství tepla prošlé vrstvou [J],
- $t_1$  teplota přední stěny vrstvy [°C],
- $t_2$  teplota zadní stěny vrstvy [°C],
- $d$  tloušťka vrstvy [m],
- $S$  plocha vrstvy [m<sup>2</sup>],
- $\tau$  čas [s],
- $\lambda$  koeficient tepelné vodivosti materiálu vrstvy [W m<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>].

Koeficienty tepelné vodivosti různých materiálů jsou uvedeny v následující tabulce (pro teplotu 18 °C).

**Tabulka 1: Koeficienty tepelné vodivosti**

Materiál [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]	
Ocel uhlíková	50,0
Olovo	35,0
Hliník	235,0
Měď	372,0
Stříbro	428,0
Molitan	0,024
Skelná vata	0,048
Okenní sklo	1,0
Suchý vzduch	0,026
Polystyrén	0,06
Beton hutný ( $\rho = 2100 \text{ kg m}^{-3}$ )	1,05

### Přestup tepla



**Obrázek 1: Průběh teploty při přestupu tepla**

Z výše uvedeného se může zdát, že problematika ustáleného vedení tepla není příliš složitá. V praxi tomu tak většinou není. Vrstva materiálu, ve které se teplo šíří vedením je takřka vždy obklopena vzduchem (plynem) nebo kapalinou. V těchto prostředích se teplo šíří prouděním. Na styku pevné látky a tekutiny (plyn, kapalina) se mění způsob šíření tepla z vedení na proudění. Na tomto styku dochází k přenosu tepla, který se nazývá přestup tepla. Při přestupu tepla z kapaliny nebo plynu resp. obráceně pozorujeme za stacionárního stavu rozdělení teplot, které je znázorněno na obrázku 1.

V kapalině (plynu) je teplota konstantní až na velmi tenkou vrstvu při stěně, v níž teplota prudce klesá, tak že stěna má teplotu nižší, než je teplota kapaliny. Tak je tomu v případě, že teplo přechází z tekutiny do stěny. V opačném, případě, kdy teplo přechází ze stěny do tekutiny má zase stěna vyšší teplotu než tekutina. Přibližně stejná teplota uvnitř kapaliny nebo plynu vzniká prouděním tepla, při němž se teploty rychle vyrovnávají. Prudký pokles teploty v těsné blízkosti rozhraní, které od sebe dělí kapalně (plynné) a pevné prostředí, se dá vysvětlit následujícím způsobem.

V proudící kapalině (plynu) vzniká těsně u stěny pevné látky tenká vrstva zvaná mezní, v níž je proudění prakticky laminární, kdy částice kapaliny (plynu) se pohybují rovnoběžně se stěnou pevné látky. Touto mezní vrstvou se teplo šíří pouze vedením, jako kdyby kapalina byla v klidu. Vzhledem k tomu, že kapaliny a plyny mají velmi malý koeficient tepelné vodivosti, vzniká v mezní vrstvě velký teplotní spád (teplotný skok).

Má-li kapalina (obrázek 1) teplotu  $t_1$  a povrch stěny z pevné látky teplotu  $t'_1$ , pak teplo, které projde za čas  $\tau$  plochou  $S$  z kapaliny do stěny je dáno Newtonovým vztahem

$$Q = \alpha S \tau (t_1 - t'_1) \quad (3)$$

Konstanta úměrnosti  $\alpha$  se nazývá součinitel přestupu tepla [ $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ]. V praxi většinou určujeme průchod tepla z jedné kapaliny (plynu) do druhé kapaliny (plynu) rovinnou stěnou. Ze stacionárního stavu lze snadno odvodit vztah

$$Q = k S \tau (t_1 - t_2) \quad (4)$$

Označení veličin je na obrázku 2.

Konstanta  $k$  se nazývá součinitel prostupu tepla. Má jednotku  $\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

Součinitel prostupu tepla se vypočítá dle rovnice

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \quad (5)$$

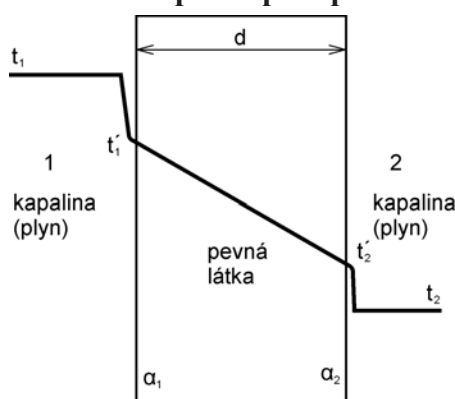
kde

$\alpha_1, \alpha_2$  koeficient přestupu tepla z kapaliny 1 do stěny resp. ze stěny do kapaliny 2 [ $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ],

$d$  tloušťka stěny [m],

$\lambda$  koeficient tepelné vodivosti materiálu stěny [ $\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ ].

### Součinitel přestupu tepla



**Obrázek 2:** Průběh teploty při šíření tepla z kapaliny do kapaliny přes vrstvu pevné látky

Na první pohled se zdá, že - podobně jako stacionární vedení tepla - není přestup tepla nijak složitý problém. Opak je však pravdou. Na rozdíl od součinitele tepelné vodivosti, který je materiálovou konstantou, součinitel přestupu tepla materiálovou konstantou není. Může nabývat podle okolností velmi různých hodnot.

Z tohoto důvodu jsou rovnice (3, 4 a 5) jednoduché pouze formálně. Rozebereme-li z tohoto hlediska přestup tepla při stacionárním turbulentním proudění kapaliny dlouhou hladkou trubku, pak lze konstatovat, že tento přestup ovlivňuje:

- Průměr trubky  $d$
- Rychlost proudění kapaliny  $v$
- Tepelná vodivost kapaliny  $\lambda$
- Měrná tepelná kapacita  $c$
- Dynamická viskozita kapaliny  $\eta$
- Hustota kapaliny  $\rho$

Součinitel přestupu tepla bude tedy funkcí minimálně uvedených veličin.

$$\alpha = f(d, v, \lambda, c, \eta, \rho) \quad (6)$$

Tabulka 2 Orientační rozmezni hodnot koeficientu přestupu tepla [3]

Koeficient bez změny fáze	$\alpha$ [W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]
Volná plyny	3 - 20
voda	100 - 600
Nucená plyny	10 - 500
voda	500 - 10000
velmi vazké kapaliny	50 - 500
Koeficient při změně fáze	
var kapalin	1000 - 20000
kondenzace par	1000 - 100000

Je celkem zřejmé, že teoretické určení závislosti koeficientu  $\alpha$  na všech těchto veličinách je prakticky nemožné. Také experimentální pokus by byl velmi obtížný a výsledky - vzhledem k obtížnosti tepelných měření a nesnadné reprodukovatelnosti tepelných pochodů - by zřejmě byly problematické. V určitých případech lze postupovat tak, že sleduje závislost  $\alpha$  jen na dominantních veličinách. Výsledek pak platí jen pro daný případ a nelze jej zobecnit.

Obecně platné vztahy lze získat pomocí fyzikální podobnosti. Postupem uvedeným příslušné odborné literatuře lze odvodit, že vyšetřovaný děj můžeme jednoznačně popsat pomocí tzv. podobnostních čísel, která jsou již v praxi zavedena. Jedná se o:

Reynoldsovo číslo  $Re = \frac{vd}{\nu} \quad (7)$

Pécletovo číslo  $Pe = \frac{vd}{a} \quad (8)$

Prandtlovo číslo  $Pr = \frac{\nu}{a} \quad (9)$

Nusseltovo číslo  $Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} \quad (10)$

kde

$\nu$  koeficient dynamické viskozity [m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>],

$a$  koeficient teplotní vodivosti [m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>],

$d$  charakteristický (určující) rozměr [m],

ostatní označení viz výše.

Rovnici popisující vyšetřovaný děj upravíme do tvaru

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (11)$$

Tuto závislost je nutné určit experimentálně.

Hodnotu součinitele  $\alpha$  pak určíme z Nusseltova čísla

$$\alpha = Nu \frac{\lambda}{d} \quad (12)$$

kde

$d$  průměr trubky [m],

$\lambda$  koeficient tepelné vodivosti kapaliny [ $\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ ].

Závislost uvedená v rovnici (11) je pro různé situace uvedena v odborné literatuře. Např. pro přestup tepla při turbulentním proudění trubkou ( $Re > 10^4$ ) dobře vyhovuje vzorec platný v širokých mezích pro všechny kapaliny, páry a plyny [4]

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} \quad (13)$$

Další vzorce lze nalézt např. v [3, 4, 9].

### **Příklady výpočtu koeficientu přestupu a prostupu tepla**

Jak již bylo uvedeno, koeficient přestupu tepla může nabývat v dané situaci značně rozdílných hodnot. Na zjednodušených příkladech (jednoduché konfigurace, jsou vynechány různé opravné koeficienty) je ukázáno, jakým způsobem mohou vnější podmínky (např. teplota, rychlost proudění apod.) ovlivňovat hodnotu koeficientu přestupu tepla a ten pak následně koeficient prostupu tepla a tepelný tok.

### **Obtékání koule vzduchem**

Pro výpočet koeficientu přestupu tepla při obtékání koule vzduchem lze v odborné literatuře nalézt výchozí vztah [4]

$$Nu = 0,33 Re^{0,6} \quad (14)$$

Určující teplota je střední teplota vzduchu a určující rozměr je průměr koule.

Dosadíme-li za  $Re = \frac{vd}{\nu}$  a  $Nu = \frac{\alpha d}{\lambda}$

obdržíme po dosazení do rovnice (14) a jednoduché úpravě pro koeficient přestupu tepla vztah

$$\alpha = 0,33 d^{-0,4} \nu^{0,6} \nu^{-0,6} \quad (15)$$

Z tohoto vztahu je zřejmé, že koeficient přestupu tepla může být ovlivněn průměrem koule, rychlostí proudění vzduchu a teplotou vzduchu, se kterou se mění koeficient tepelné vodivosti a kinematická viskozita vzduchu. Vliv průměru koule a rychlosti proudění vzduchu na velikost koeficientu přestupu tepla za konstantní teploty je možné vidět z následující tabulky.

**Tabulka 3:** Vliv průměru koule a rychlosti proudění vzduchu na velikost koeficientu přestupu tepla ( $d_1 = 1 \text{ m}$ ,  $v_1 = 1 \text{ m s}^{-1}$ )

d	$d^{-0,4}$	$d_1/d$	v	$v^{0,6}$	$v_1/v$
[m]			[m s <sup>-1</sup> ]		
1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,5	1,32	0,76	0,5	0,66	1,52
0,2	1,9	0,53	0,2	0,38	2,63
2,0	0,76	1,32	2,0	1,52	0,66
5,0	0,53	1,90	5,0	2,63	0,38
10,0	0,40	2,51	10,0	4,0	0,25

Změní-li se teplota proudícího vzduchu, změní se také koeficient tepelné vodivosti a kinematická viskozita vzduchu (tabulka 4). Konkrétní výpočet provedeme pro teploty 20 °C, 100 °C a 500 °C.

**Tabulka 4:** Hodnoty koeficientu tepelné vodivosti a kinematické viskozity pro různé teploty

t [°C]	$\lambda$ [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]	$\nu$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]
20	$2,59 \cdot 10^{-2}$	$15,06 \cdot 10^{-6}$
100	$3,21 \cdot 10^{-2}$	$23,13 \cdot 10^{-6}$
500	$3,74 \cdot 10^{-2}$	$79,38 \cdot 10^{-6}$

Za předpokladu konstantního průměru koule a konstantní rychlosti proudění vzduchu vychází (dosazením do vztahu 15)

$$\alpha_{20} = K \cdot 20,2 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$$

$$\alpha_{100} = K \cdot 19,4 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$$

$$\alpha_{500} = K \cdot 16,6 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$$

kde  $K = 0,33 d^{-0,4} v^{0,6}$ .

Je tedy zřejmé, že malá změna teploty vzduchu se na hodnotě koeficientu přestupu tepla v tomto případě příliš neprojeví. Při změně teploty vzduchu ze 20 °C na 100 °C klesne hodnota koeficientu přestupu tepla o 4 %.

### Šíření tepla z plynného do plynného prostředí přes pevnou vrstvu

Vypočítejme koeficient prostupu tepla při šíření tepla z prostředí, kde je klidný vzduch přes vrstvu pevné látky o tloušťce 1 cm a 10 cm do prostředí kde je proudící vzduch. Jako pevné látky uvažujme látky s různým koeficientem tepelné vodivosti

měď  $\lambda = 372 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

uhlíková ocel  $\lambda = 50 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

polystyrén  $\lambda = 0,06 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

V prostředích, kde je klidný vzduch předpokládejme konstantní součinitel přestupu tepla na rozhraní vzduch - pevná látka  $\alpha_1 = 7,5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  a v prostředí kde je proudící vzduch umožňuje hodnoty koeficientu přestupu tepla postupně  $50 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ,  $100 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  a  $200 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ . Výsledky vypočítané dle vztahu (5) jsou uvedeny v tabulce 5.

**Tabulka 5:** Vliv koeficientu přestupu tepla na koeficient prostupu tepla při různých tloušťkách vodivé vrstvy

a)  $d = 10 \text{ cm}$

	$\lambda$	$\alpha_2$	$k$	$\alpha_2$	$k$	$\alpha_2$	$k$
$[\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}]$							
měď	372	50	6,65	100	7,13	200	7,39
uhl. ocel	50	50	6,58	100	7,04	200	7,30
polystyrén	0,06	50	0,55	100	0,55	200	0,55

b)  $d = 1 \text{ cm}$

	$\lambda$	$\alpha_2$	$k$	$\alpha_2$	$k$	$\alpha_2$	$k$
$[\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}]$							
měď	372	50	6,67	100	7,14	200	7,41
uhl. ocel	50	50	6,67	100	7,14	200	7,41
polystyrén	0,06	50	3,16	100	3,26	200	3,30

Pokud bychom přestup tepla zanedbali, jednalo by se pouze o vedení tepla pevnou látkou, které se řídí rovnicí (2). Velikost hustoty tepelného toku závisí vedle tepelného rozdílu na poměru  $\frac{\lambda}{d}$ , který můžeme označit  $k_0$ . Tento poměr je pro jednotlivé materiály a tloušťky vrstvy uveden v tabulce 6.

**Tabulka 6:** Koeficient  $k_0$  pro jednotlivé materiály

Materiál	Tloušťka vrstvy [cm]	$k_0$ [ $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ]
měď	1	37,2.103
měď	10	3720
uhlíková ocel	1	5000
uhlíková ocel	10	500
polystyrén	1	6
polystyrén	10	0,6

Z výše uvedeného je zřejmé, že při šíření tepla z plynného prostředí přes vrstvu pevné látky do dalšího plynného prostředí je koeficient prostupu tepla (tj. i hustota tepelného toku) výrazně ovlivněn přestupem tepla. Tento vliv je zvláště významný u látek dobře vodivých a roste také se zmenšující se tloušťkou vrstvy. Při koeficientech přestupu tepla  $\alpha_1 = 75 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$  a  $\alpha_2 = 50 \text{ m}^{-2} \text{K}^{-1}$  (označení dle obrázku 2) a tloušťce měděné vrstvy 1 cm by byl prošlý tepelný tok za stejného tepelného rozdílu při zanedbání přestupu tepla více než o tři třídy vyšší. V případě polystyrénu je to přibližně jeden řád.

Pro lepší ilustraci vypočítejme ještě konkrétně tepelný tok za těchto podmínek (označení dle obrázku 2).

- $t_1 = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_1 = 7,5 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ , měděná vrstva,  $d = 1 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 372 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ,  $\alpha_2 = 50 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ,  $t_2 = 45 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- $t_1 = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_1 = 7,5 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ , polystyrenová vrstva,  $d = 1 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 0,06 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ,  $\alpha_2 = 50 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ,  $t_2 = 45 \text{ }^\circ\text{C}$ .

V prvním případě (a) vypočítáme tepelný tok se započítáváním přestupu tepla, ve druhém případě (b) přestup tepla na obou stranách pevné vrstvy zanedbáváme.

Výsledky jsou shrnuty v následujícím schématu

1a	$q = 267 \text{ W m}^{-2}$ .....	1b	$q = 1,48 \text{ W m}^{-2}$
2a	$q = 125 \text{ W m}^{-2}$ .....	2b	$q = 240 \text{ W m}^{-2}$

Je tedy evidentní, že přestup tepla hraje při řešení úloh (i zdánlivě jednoduchých) z oblasti šíření tepla značnou roli.

Chceme-li tento jev zanedbat, je nutné to velmi dobře zdůvodnit. V opačném případě mohou být výpočty zatíženy značnou chybou.

### **Závěr**

Přestup tepla je velmi důležitý děj v oblasti šíření tepla, který může zdánlivě jednoduché úlohy týkající se stacionárního vedení tepla značně zkomplikovat. Je to proto, že koeficient přestupu tepla není konstantní, ale závisí na mnoha parametrech (hustota, viskozita, tepelná vodivost média, rychlost proudění apod.) I ze zjednodušených řešení praktických úloh z oblasti šíření tepla je evidentní, že uvedený děj musí být respektován nebo musí být jasně doloženo, že ho můžeme v daném případě zanedbat.

### **Použitá literatura**

- [1] ČSN 730540-3 Tepelná ochrana budov - část 3. Návrhové hodnoty veličin. Český normalizační institut 2005.
- [2] ČSN EN ISO 6946 Stavební prvky a stavební konstrukce - Tepelný odpor a součinitel prostupu tepla - výpočtová metoda. Český normalizační institut 2005.
- [3] Blahož, V., Kadlec, Z.: *Základy sdílení tepla*. 2. vydání, Ostrava: Edice SPBI. 2000, ISBN: 80-902001-1-7.
- [4] KADLEC, Z.: *Průvodce sdílením tepla pro požární specialisty*. 1. vydání, Ostrava: Edice SPBI. 2009, ISBN: 978-80-7385-061-6.
- [5] KALČÍK, J. SÝKORA, K.: *Technická termodynamika*. Praha: Academia 1973.
- [6] RAŽNĚVIČ, K.: *Termodynamické tabulky*. Bratislava Alfa 1984.
- [7] SAZIMA, M. A KOL.: *Teplo*. Praha: technický průvodce 2, SNTL, 1989, ISBN: 80-03-0043-2.
- [8] STEIDL, H. A KOL.: *Úvod do proudění tekutin a sdílení tepla*. Praha: Academia 1975.
- [9] CERBE, G., HOFFMAN, H.J.: *Einührung in die Wärmelehre*, 5. přeprac. vydání, Mnichov: Carl Hanser Verlag, 1975. ISBN: 3-446-13143-4.